**9. Функциональные ряды. Сходимость и равномерная сходимость. Примеры. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.**

Пусть дана последовательность функций f1(x), f2(x),…, fn(x),…, которые определены на одной и той же области определения. Формально написанную сумму

=f1(x)+f2(x)+…+fn(x)+…

называют функциональным рядом.

Ряд называется равномерно сходящимся на множестве X, если для ∀ ε>0 ∃ N(ε): ∀ n>N(ε) ⇒ |S(x)−Sn(x)|<ε, ∀ x∈X.

*Пример:* Исследовать функциональный ряд  на равномерную сходимость в промежутке 0⩽*x*<+∞.

*Решение:* Пусть *Sn*(*x*), S(x) соответственно частичная сумма ряда и его сумма. Данный ряд является знакочередующимся и удовлетворяет признаку Лейбница при указанных значениях *x*. Следовательно, модуль его остатка не превышает модуля первого отбрасываемого члена, т.е. |*Sn*(*x*)−*S*(*x*)|< <. Поэтому для любого положительного значения *ε*находим номер *N*> такой, что при *n*>*N* неравенство |*Sn*(*x*)−*S*(*x*)|<*ε* выполнено сразу для всех *x*, 0⩽*x*<+∞. Таким образом, данный ряд сходится равномерно.

**Признак Вейерштрасса равномерной сходимости**. Если для каждого члена fn(x) ряда существует число cn>0 такое, что |fn(x)|<cn, причем числовой ряд сходится, то ряд сходится равномерно и абсолютно.

